四庫全書

子部

同文算指通編卷六

明 李之藻 撰

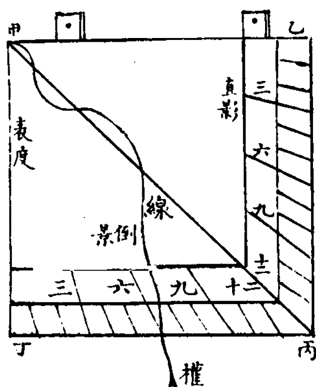
測量三率法第十一

凡測山岳樓臺城郭之高川谷之深土田道里之遠舊名勾股法立表或立重表參望相直乃以開方求之今立器以代表名曰矩度而以三率代開方之算勾股者植立地上為股其影横地上為勾今半矩木尺其制也

矩度之形平方而取横直二邊各刻為度互為勾股立為直影倒影二算義同勾股而法稍捷

製矩度法以堅木或銅版其制平方上畫甲乙丙丁四直角方形務取極方詳具幾何原本用甲乙邊立兩耳平對各通一竅名曰通光以便窺望以甲角為矩極系線任其垂下以權鎮之次自甲至丙斜界一線分矩面為兩平分乃並乙至丙及並丙至丁各依原邊線又平行二線俱匀分十二度其度各自其邊界望矩極分之近極為虚線

外用為實線或每度更分三分五分六或分至十二皆



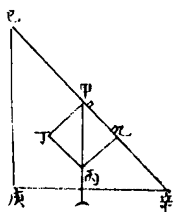
隨版體大小為分愈細則法愈密矣用時甲昂乙低以目射兩竅與所望之物參相直視其繩之所值何度何分以算推之或不設兩竅只立相等兩小表亦可凡測望必以所求物與立矩度處為直角形取平解在幾何有不平者須先準平然後測量次論直倒二景直影

者繩在乙丙界内即勾影也如立表地中影落地面者是倒影者繩在丁丙界内即股影也如立表墻上影射墻面者是凡有所窺測而望者前却其步使其繩適在甲丙是為勾股平等知勾即得股知股即得勾其不然者須將倒直互變推求且如求高求深所求在股即權繩宜在直度而却在倒度則當變倒為直若求遠求近所求在勾其權繩宜在倒度而却在直度則當變直為倒各以通二度之窮其互變之術皆以矩全度為準少者

用十二多者用一百四十四假如繩在倒影三度今欲變為直影度者法以矩度為實三度為法除之得四十八為直影度假如繩在倒影五度三分度之二欲變直度者因有三之二每度以三通之得一十七為法亦以三通其矩度得四百三十四為實以法除之得二十五度餘十七分度之七為直度也其繩在直度而欲變為倒度者亦如之詳見徐太史測量法義

量影測高

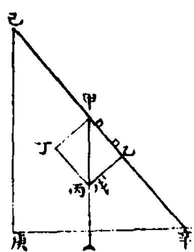
已知影長若干欲測其高者如測日影即以矩度向日目切于乙甲耳在前日光透于耳之兩竅權線與矩度相切任其垂下審值何度何分若在十二度之中正對



角線丙際則影與物必正相等知影幾何長即得物幾何高矣

若權線在直影邊則影小于物而直影上所值度分為第一率以矩度十二為第二率以物影度為第三率十二三相乘一除之得第四率為其物高

假如欲測已庚之高線在直影乙戊得八度正其庚庚辛影



長三十步即以矩度十二乘庚辛之三十

得三百六十為實以乙戊八度為法除之

得四十五即已庚高四十五步

若權線在倒影邊則影大於物以矩度為第一率以倒

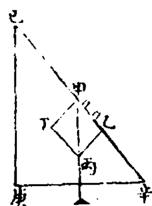
影上所值度分為二率以物影度為三率算之得物之

高

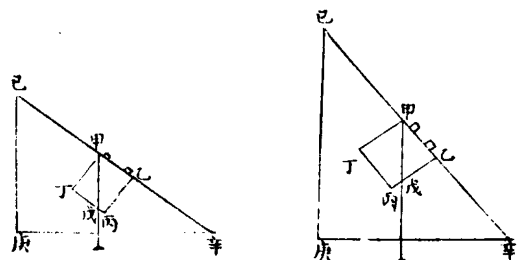
假如欲測已庚之高線在倒影丁戊得七度五分度之

一庚辛影六十步即以丁戊七度五之一乘庚辛之六十得二千一百六十為實以矩度六十分為法除之得己庚之高三十六步因權值有零分五分度之一故以分母五通七度通作三十五分以分子一從之為三十六分其表度十二亦通作六十分

從高測影



若已知物高若干欲測其影者以矩度承日審值度分若權線在丙則影與物等



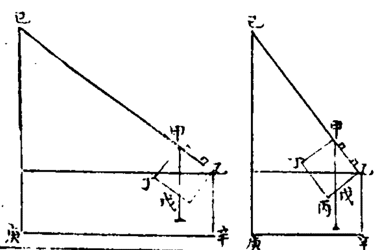
若權線在直影邊即物大于影以矩度十二為第一率直影度分為第二率物高度為第三率算之得數為影度

若權線在倒影邊即物小于影以倒影度分為第一率矩度為第二率物高度為第三率算之得數為影度

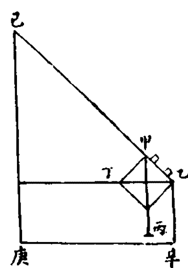
以目測高

已知庚辛之遠欲測巳庚之高人目在辛先量自目至

足其高幾何乃以矩度向所測物頂甲耳在前目切乙
後目與矩耳及高相參直細審權線值何度分假如權
線在直影乙戊以乙戊度為第一率矩度為第二率次量
庚距辛之遠幾何為第三率二三相乘以一除之得物
之高

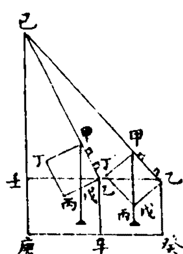


假如權線在倒影丁戊即以矩度為第
一率丁戊倒影為第二率庚辛為第三
率照前算之



若權線不在丙而有平地可前可却即任意前却至權線值丙而止不必推算既知辛庚即知巳庚

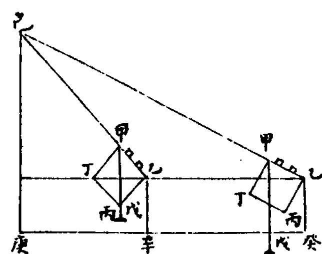
若人目在辛求巳庚之高而為山水林木屋舍所隔或地非平面不欲至庚或不能至者則用兩直影之較起算其法依前以矩竅向物頂審權線在直影否如在倒影即以所值度分依法變作直影次從所立之辛依地平取直線或前或却任意遠近至癸仍以矩竅向物頂



審權線在直影否如在倒影亦以所值度分變作直影乃以兩直影度分相減之較為首率以矩度為二率辛癸大小兩矩之較為三率依法算之得己壬之高又加自目至足乙癸之數得己庚之高

假如欲測己庚之高如前圖先從辛立望得直影小乙戊為五度次却立于癸得直影大乙戊為十度丙影之較五度

為首率矩度為次率次量足距之較從癸至辛十步為三率依法算得二十四步加目至足之乙辛或乙癸試作一步即知巳庚之高二十五步　如後圖先于辛得直影小乙戊為十一度次退立于癸得倒影九度當如前變法作大乙

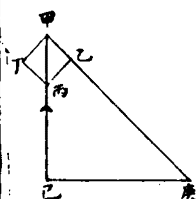


戊直影十六度得景較五度以為首率矩度為次率次量距之較癸辛二十步為三率依法算得四十八步加

自目至足或一步即知己庚之高四十九步

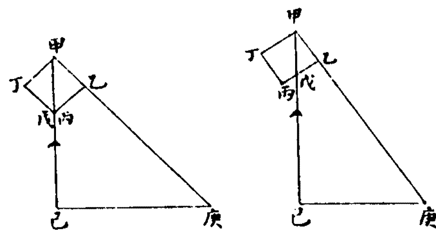
地平測遠

欲于己測己庚之遠先除自目至足之高為甲己若量極遠則立樓臺或山岳之上以目下至地平為甲己測高法見前次以矩極甲角切于目以乙向遠際之庚如前法稍移就之俾甲乙庚相參直細審權線值何度分



如權線在丙則高與遠等

若權在乙丙直影邊即遠數不及高數

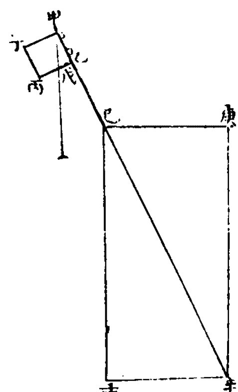


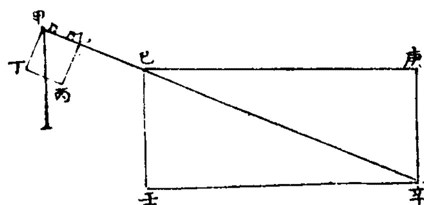
以矩度十二為首率直景乙丙為二率甲己為第三率算之得己庚遠

若權在丁丙倒影邊即遠過于高以倒影丁丙為首率以矩度十二為次率甲己為三率算之此所置一率二率視前測高之法互換云

測深

凡從井上測深者井口或徑為己庚井面為辛壬欲測





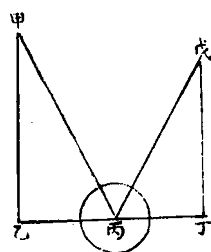
已壬之深用矩極甲角切目以乙從已向對面水際之辛如前法稍移就之令目與竅與辛相參直垂下權線假如線在直影乙戊三度為首率矩度為次率次量已庚井口十二尺為三率算得四十八尺為已壬之深

若權線在倒影三度則依法變為

直影得四十八度而以矩度十二為首率變得直影度為次率井口乘之歸除數同

以上用矩度者如無矩度另有用鏡用表用尺諸法具後

平鏡測高用盂水亦同

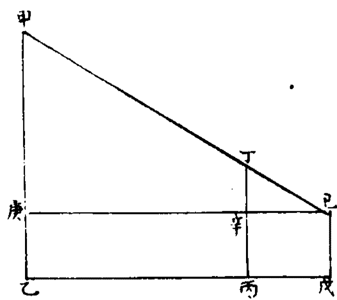


欲知甲乙之高置平鏡于丙人立于丁其丙丁取平人目在戊向物頂之甲稍移就之令目見甲在鏡中心而甲影從鏡心射目乃量自丁至丙之度為首率丁戊為次率乙

丙為三率算之得甲乙髙

以表測髙凡立表必三面垂線以取端直

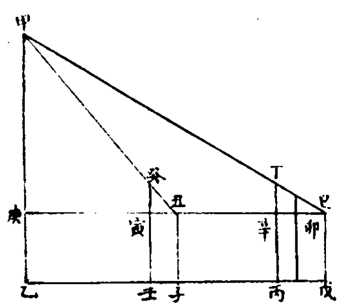
已知乙戊之逺而欲測甲乙之髙立表于丙為丁丙退



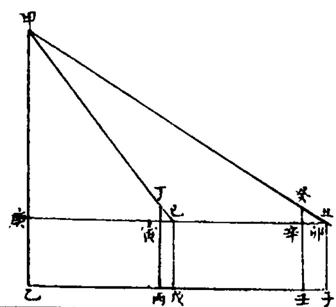
立于戊置乙丙戊為極平線人目在己視表末丁至物頂甲相參直次量目至足數移置表上為辛以截取丁辛之數其辛己線與乙丙戊為平行若其表僅與身等或小于身另立一小表為己戊而以目切之為

已亦可乃以丙戊為首率丁辛為次率乙戊為三率算之得甲庚之高加目至足之數已戊即得甲乙之高

若戊不欲至乙或不能至則用兩表之較為算如前圖立于戊目在已望丁至甲移已置辛得丁辛數乃或前



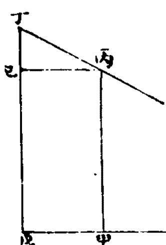
或却又立一表或即用前表或兩表等為癸壬目在丑壬癸至甲亦移丑至寅得癸寅數此癸寅與丁辛之度相同而丑寅度必小于已辛度以相減截已辛于卯得卯



辛較為首率以表目相減之較癸寅或丁辛為二率以兩目相距之較巳丑或戊子為三率算之得甲庚加自目至足之數得甲乙之高前圖為進步立重表者後圖為退步立重表者

以表測地平遠

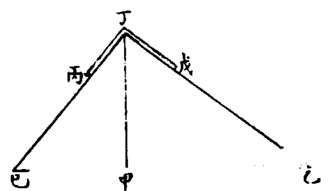
欲于甲測甲乙之遠依地平立丙甲表此表稍雖于身以便窺望次却立于戊目在丁視表末丙與遠際乙相參直次移丙度



于己截取丁己之度爲首率以丙己或甲戊爲次率丙甲表度爲三率算之得甲乙之遠

以矩尺測遠

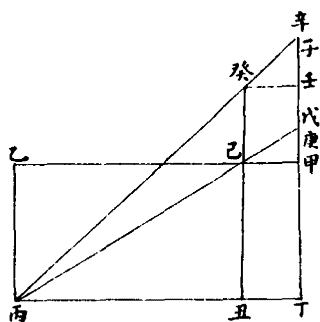
欲于甲測地平遠者先立一表爲甲丁與地平爲直角次以矩尺之内直角置表末丁上以丁戊尺向所望遠際之乙稍移就之使丁戊與乙相參直次迴身從丁丙尺上亦望地平之巳使丁丙與巳相參直乃量巳至表



下甲為首率表身丁甲為次率又為第三率依法算之得甲乙遠

以重矩兼測無廣之深無深之廣

有甲乙丙丁壁立深谷不知甲乙之廣欲測乙丙之深則用重矩法先于甲岸上依垂下直線立戊甲己勾股矩尺其甲己勾長六尺人從股尺上視勾末己與谷底

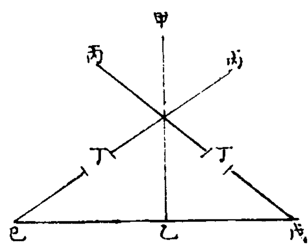


丙相參直以目截取戊甲股上之庚庚甲之高得五尺次又于甲上依垂下直線取壬壬去甲一丈五尺于壬上亦依垂直線更立一辛壬癸勾股矩尺壬癸勾亦長六尺從股尺上視勾末癸與谷底丙相參直而以目截取辛壬股上之辛辛壬之高八尺如欲求深者以前股所得庚甲五尺與

兩勾間壬甲十五尺相乘得七十五尺為實以兩股所得庚甲辛壬相減之較辛子三尺為法除之即得乙丙深二十五尺如欲求廣者以勾六尺與兩勾間十五尺相乘得九十尺為實以辛子三尺為法除之即得甲乙之廣三十尺測深法與重表測遠同測遠法與重表測高同

移測地平遠及水廣

凡測江河谿壑之廣遠身不能至而其傍近有平地與彼相當者立表於乙際為甲乙與地平為直角次用一

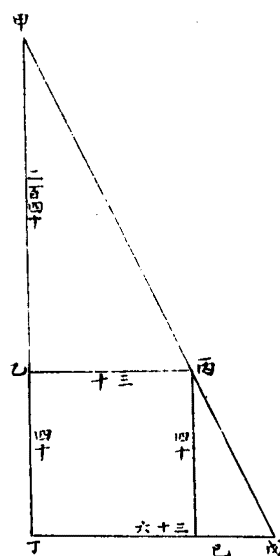


小尺或竹木等為丙丁斜加表上稍移就所望之戊使丙丁戊相參直次以表帶尺旋轉向平地以目視丙丁尺端所直得己次自乙量至己即得乙戊之數　如不用表即以身代作甲乙表不用尺或以笠覆至目代作丙丁亦便

以四表測遠　前測遠諸法不依極高不得極遠此法能于平地測極遠

遠望一山或城或臺為甲欲測其遠擇平曠處立表　前云

依地平線必依直線取平此不必拘為乙次任却後若干步更立一表為丁望兩表與甲一直線次從乙丁各橫行若干步

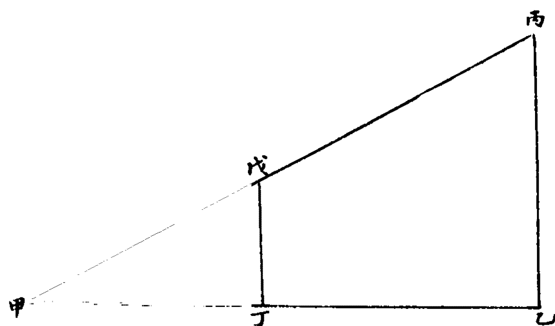


取平方為四角形其二角為丙為己就丙上更立一表又從丁己直行若干尺望丙與甲一直線此際立表為戊乃以乙丙減丁戊之較為首率乙丁為次率乙丙為三率算之得乙遠

假如丁戊三十六乙丙三十相減餘六乙丁四十以六為首率四十為次率三十為三率算之得二百四十為甲乙遠

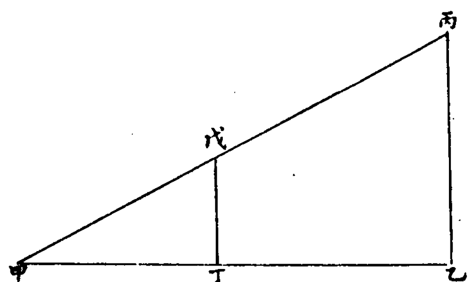
測高深遠近不諧布算而得其度

凡測量必先得三率而推第四率三率者其一直影度或倒影度其二所立處距所測物之底若不能至者則其影較度或兩測較度也其三表度或距較度也設如測一高其影較八而距較十步其影較八一率與表十二二率



之比例若距較十步（三率）與其所求之高（四率）如不諳算法則于平面畫作甲乙甲丙兩直線任相交于甲從甲向乙用規作八平分為影較甲丁次用元度從丁向乙規取十二平分為矩度丁乙次從甲向丙規取十平分為矩較甲戊（此用度與前兩率度任等不等）乃從戊至丁畫一直線次從乙亦畫一直線與

戊丁平行而截甲丙線于丙次取甲戊元規度從丙向戊畫得若干分即所求之高

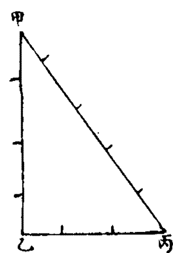


又法若景較七度有半距較八度三分度之一即物高度十三步三分步之二如後圖加目至足高即得全高

附勾股畧

測量之法専用半矩則勾股所必藉也故補入勾股以顯測望原本舊法勾三股四弦五葢勾自乘股自乘併之即弦自乘數故得勾股可以求弦得勾弦可以求股得股弦可以求勾而引伸其義可以求勾股中容方容圓可以各較求勾求股求弦可以各和求勾求股求弦其變無窮今撮其要者十五則著於篇

句股求弦



甲乙股四乙丙勾三求弦以股自乘得十六勾自乘得九併得二十五為實開方得甲丙弦五（開方法見後編）

勾弦求股

如前圖乙丙勾三自乘得九甲丙弦五自乘得二十五相減得較十六開方得甲乙股四

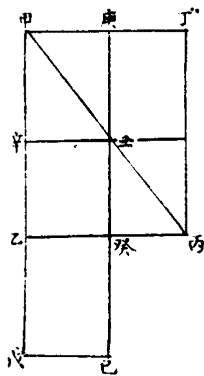
股弦求勾

如前圖甲乙股四自乘得十六甲丙弦五自乘得二十

五相減得較九開方得乙丙勾三

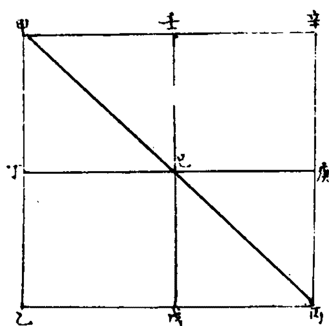
勾股求容方

甲乙股三十六乙丙勾二十七求容方以勾股相乘得甲乙丙丁方形為實并勾股得甲戊長綫六十三為法



除之得庚戊長方其辛乙癸各邊俱一十五零六十三之二十七約之為七之三為勾股內所容方形

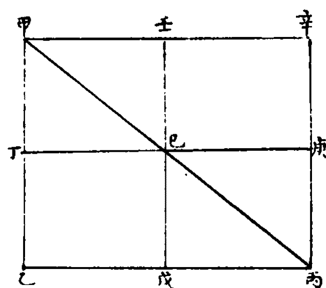
餘勾餘股求容方求勾求股



甲丁餘股七百五十戊丙餘勾三十求丁乙已戊容方邊以丙戊勾甲丁股相乘為辛壬已庚方形得二萬二千五百為實開方得容方乙丁丁已各邊俱一百五十加餘股得股九百加餘勾得勾一百八十辛壬已庚形與丁乙已戊方形等說見幾何原本六卷其羃相同故開方即容方

容方與餘勾求餘股與餘股求餘勾

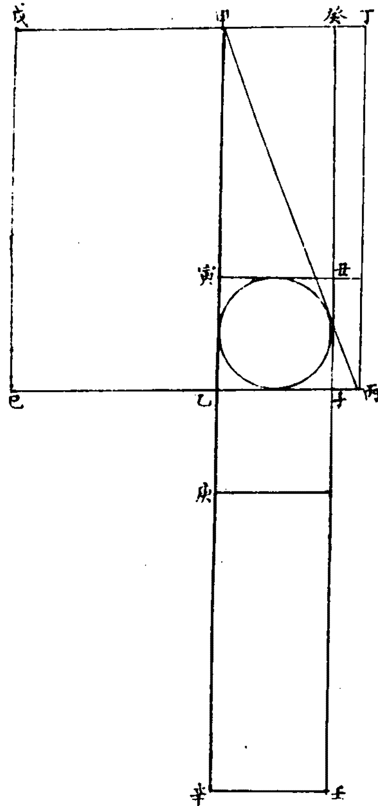
容方丁乙已丁各邊俱一百五十戊丙餘勾三十求甲



丁餘股以容方邊自乘為實以餘勾為法除之得甲丁餘股七百五十以容方與餘股求餘勾法同辛己方之羃既等丁戊方之羃矣開方即容方矣加餘股非全股乎加餘勾非全勾乎

勾股求容圜

甲乙股六百乙丙勾三百二十求容圜以勾股相乘得一十九萬二千為甲乙丙丁方形倍之得三十八萬四千為丙丁戊己方形以為實別以勾股求弦得甲丙邊



六百八十併勾股弦得甲辛長線一千六百為法除實得辛壬癸甲長方形其辛壬邊相等之乙子二百四十即容圜徑半徑為圜心於甲乙線引長之截乙庚與勾等庚辛與弦等得甲半為弦和和為法除實即成辛壬癸甲長方形與丙丁戊巳方形之羃等而壬癸邊截乙丙勾于子次作子丑寅乙小角方形此各邊名弦和

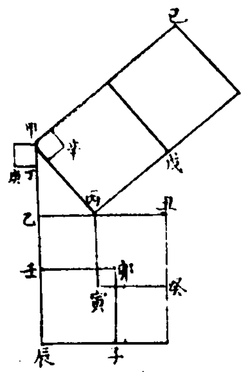
較皆容圓徑亦皆切圓線

也詳著徐太史勾股義

又法甲乙股六百乙丙勾三百二十并得九百二十與

甲丙弦六百八十相減亦得乙子二百四十

勾股較求股求勾



甲丙弦四十五甲乙股甲丙勾之

較為甲丁九求股求勾以弦自乘

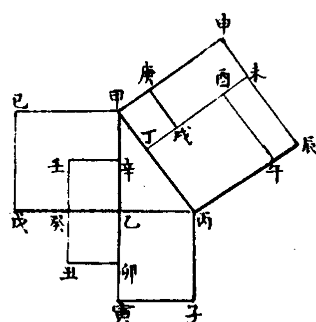
得二千○二十五為甲戊方形倍

之得四千○五十為己丙方形較

自乘得八十一為甲庚小方形以減巳丙之兩弦羃存三千九百六十九為實開方得勾股和六十三即丑辰大方形四邊之一也以之加較九得七十二半之得三十六為甲乙股即以減較得二十七為乙丙勾丑辰方形內之丑寅方及卯辰方兩股羃也丙壬方癸子方兩勾羃也以比甲己方形只中心多一箇較羃耳故減此開方即得勾股和矣再加較得兩股故折半得股以減較得勾

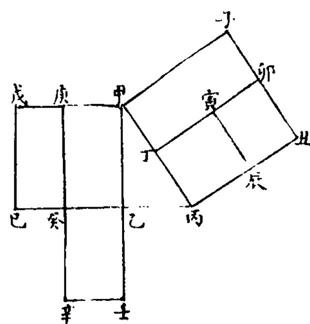
勾弦較求勾求弦 附弦較和求勾求弦 弦和較求勾求弦

甲乙股三十六乙丙勾甲丙弦之較為甲丁十八求勾



求弦以股自乘得一千二百九十六為甲戊方形較自乘得三百二十四為庚丁小方形兩方形相減於甲戊方內去其等庚丁方之辛癸方即得甲壬戊之磬折形存九百七十二為實倍較乙寅為法除之得乙子長方形其丙乙之邊二十七為勾以加較得四十五為甲丙弦乙子方何以等于甲壬戊形之實也蓋加一同較冪之乙丑形以成子卯癸之磬折形即與股冪甲戊方形等也又甲辰方形弦冪也內兼勾股二冪試照庚丁較冪分作庚未未午午丁三形其申未

及酉戌較也庚申及未戌及未辰及午酉及丁丙股也庚未形未午形相併勾冪也庚丁形丁午形相併股冪也各加較冪則甲戊午之磬折形與子卯癸之磬折形等亦與甲戊股冪等内各減較冪則乙子方形即甲壬戊磬折形矣



又法股自乘得甲巳方形一千二百九十六為實以勾弦較甲丁十八即同乙癸為法除之得甲壬之勾弦和七十二加較得九十半之得弦四十五減較得勾二十七

甲壬何以知為勾弦和蓋弦冪甲丑形内既兼勾股冪矣試以甲丁之度移于子卯又移于丑辰于卯寅分為三方形其丙丁寅辰形勾冪也則甲卯卯辰兩

形併即股冪也亦即甲辛長方形也子卯也卯寅也甲庚也皆較也甲子弦也卯丑勾也故甲辛形內之甲壬線為勾弦和

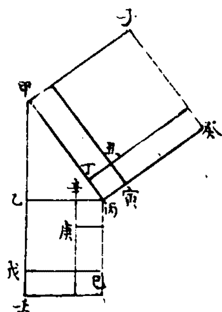
若以股與弦較和求勾求弦者股自乘為實次以股減弦較和餘即勾弦較除實得勾弦和乃以加減同前

若以股與弦和較求勾求弦者股自乘為實以股減弦和較餘即勾弦較除實加減同前

股弦較求股求弦　附弦和較求股求弦　弦較較求股求弦

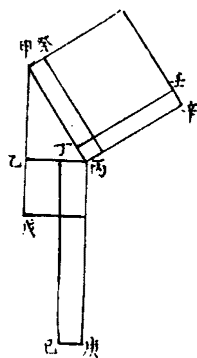
乙丙勾二十七甲乙股甲丙弦之較為丙丁九求股求

弦以勾自乘得乙巳方形七百二十九較自乘得丙丑方形八十一（丙庚同）相減存乙庚巳磬折形得六百四十八為實乃倍丙丁較為辛乙線以為法除實得辛壬方



形其乙辛邊三十六即甲乙股數以加較得甲丙弦四十五（弦冪甲癸方形內兼勾股二冪試依丙丑較冪線分作甲丑形丑癸形丑子形即丑子為股冪而餘為勾冪之實也甲丑與丑癸併固與乙庚巳磬折之形等亦與辛壬長方之形等而辛乙兼丁丑丑寅之兩較甲丁及寅癸均為兩股合并成乙壬之股）

又法勾自乘得丙戊方形七百二十九為實以丙丁較九為法除之得丙己方形其丙庚邊八十一為股弦和加較得九十半之得弦四十五減較得股三十六



丙庚線何以為股弦和也甲丙弦羃內兼有勾股二羃試依丙丁較截作丁辛形丁癸形癸壬形即壬癸方形為股羃而餘為勾羃亦即丙已長方形之實也夫甲癸也壬辛也庚已也均較也而甲丁之股丙辛之弦併之非丙庚乎故云股弦和

若勾與弦和較求股求弦者勾自乘為實次以勾減弦

和較餘即股弦較除實得股弦和乃以加減同前

又勾與弦較較求股求弦者勾自乘為實以勾減弦較

較餘即股弦較除實加減同前

勾股和求股求勾

甲丙弦四十五甲乙乙丙勾股和六十三求勾求股以

弦自乘倍之得四千〇五十勾股和作甲丁線自乘

得甲己方形三千九百六十九相減得八十一開方得

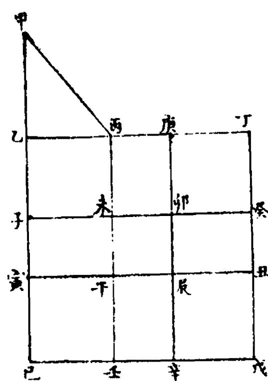
勾股較甲卯九加和得七十二半之得甲乙股三十六

減較得乙丙勾二十七勾股和自乘為甲已方形此形内函甲辛及癸已之兩股冪乙寅及庚壬之兩勾冪而中間重借一癸辛小方形正具較冪若以弦自乘只得一勾一股冪倍之當得兩勾兩股冪今以減甲已方形少一較冪之癸辛形故以癸辛開方得較也

勾弦和求勾求弦　附弦和和求勾求弦　弦較較求勾求弦

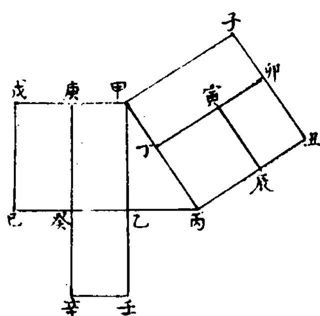
甲乙股三十六乙丙甲丙勾弦和七十二求勾求弦以股自乘得一千二百九十六又以勾弦和作乙已線自乘得五千一百八十四為乙戊方形次用股冪減之就乙

戊大方內減去庚壬長方餘三千八百八十八即丁辛及丙己兩長方形半之得一千九百四十四為實以勾弦和乙已為法除之得乙丙勾二十七以減和得甲丙弦四十五何以知庚壬長方為股冪也試于乙戊方之乙已線以勾度截之取子寅二點作子



癸線寅丑線又照取丙庚二點作丙壬庚辛二線則一形內四隅有勾冪四中央有較冪一而四正又有庚未辰壬未寅癸辰為勾較相乘之冪亦四也夫一勾一較相併為弦則卯已之方形為弦冪而弦冪之內存一午已之勾冪而此外子午辛之磬折形即為所減之股冪茲以庚未形代子午形則庚壬固所減之股冪矣此丁辛

丙己兩形所以為減餘形也半之即丙己形次以乙己線除之



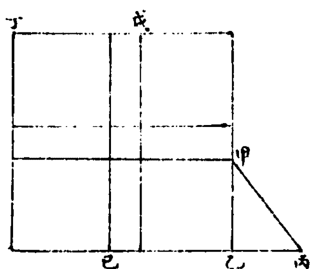
又法股自乘得一千二百九十六以勾弦和七十二為法除之得十八為勾弦較加勾弦和得九十半之得四十五為弦減較得二十七為勾此與前勾弦較求勾求弦又法同理

若以股與弦和和求勾求弦者既得股自乘之數乃以股減弦和和餘即勾弦和除之得勾弦較加減如前因

多一股故用一減

又股與弦較較求勾求弦者股自乘為實以股併弦較較即得勾弦和除實加減同前

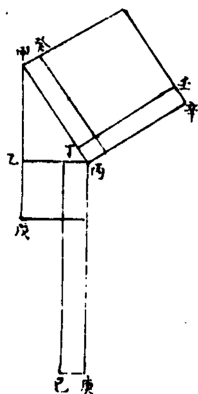
股弦和求股求弦 附弦和和求股求弦 弦較和求股求弦



乙丙勾二十七甲乙乙丙股弦和八十一求股求弦以勾自乘得七百二十九股弦和自乘為乙丁方形得六千五百六十一乃以勾羃相減去戊己長方形

存乙戊方及丁已方得五千八百三十二半之得二千九百一十六為實以和為法除之得甲乙股三十六以減和得甲丙弦四十五大方形內之戊乙句冪也餘論同前

又法勾自乘得七百二十九以股弦和八十一為法除之得九為股弦較加股弦和得九十半之得四十五為弦減較得三十六為股此與勾弦較求勾求弦又法同理



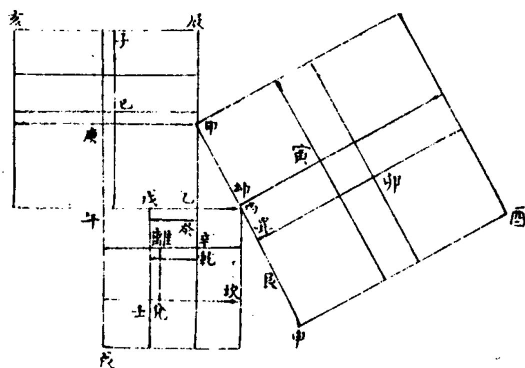
若以勾與弦和和求股求弦者勾自乘為實以勾減弦

和和仍得股弦和除之餘如前亦因多一勾故用一減

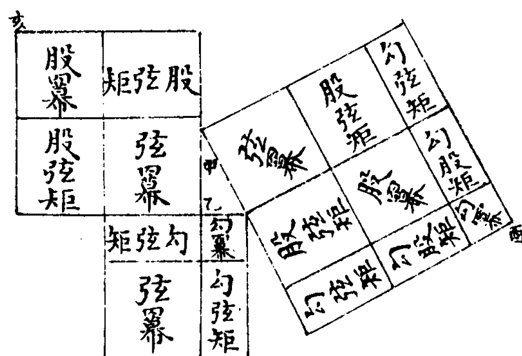
若以勾與弦較和求股求弦者勾自乘為實勾和相併即股弦和除之

股弦較勾弦較求勾求股求弦

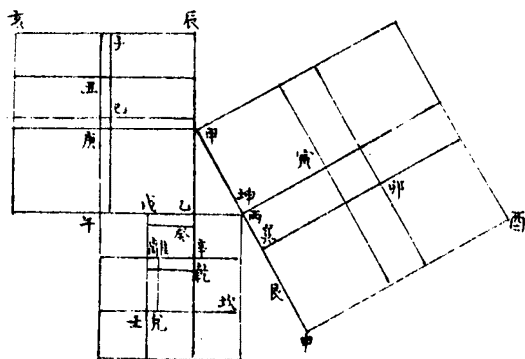
甲乙股甲丙弦較二乙丙勾甲丙弦較九求勾求股求弦以二較相乘得十八倍之得三十六為實平方開之得六為弦和較加勾弦較九得甲乙股十五加股弦較二得乙丙勾八以勾弦較加勾或股弦較加股得十七



為甲丙弦此最要者在求弦與勾股和之較法以二九互乘是乘兩次也故倍之戊癸及子丑長方形是也倍之而開方得六即弦和較矣然所以三十六開方為弦和較者何也盖一弦之冪常兼有勾股兩冪今試于甲乙股線引之加甲辰之弦亦于丙乙勾線引之加乙午之弦于甲丙弦引之加丙艮之股艮申之勾此三線者各以自乘為三大冪則弦兼勾股之冪比諸股弦與勾相併之冪共欠四十九數而此四十九為合減之數就于多冪中心減之所餘三十六即開方之弦和較何者試取三大冪而各以元設之勾股弦分之為諸小冪相當相抵其甲酉冪內多勾



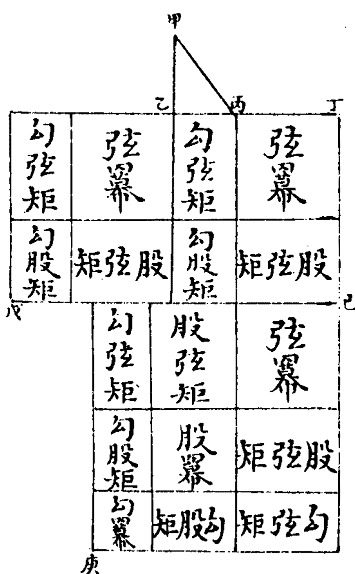
股矩之形凡二其丙戊或乙亥冪內多弦冪一以此兩多之形又相當抵所差者有四十九數而原設股弦較二勾弦較九相減餘七自乘之數亦相符焉至于中心減之而餘三十六蓋又有說試以股弦較二自乘得四為巳庚方形以勾弦較九自乘得八十一為辛壬方形併得八十五而以四十九減之減去乾兌形其餘形之乾離離壬及巳庚形合三十六即前二九互乘戊癸子丑之數也用此開方得六以作寅卯方形令于甲酉方減此寅卯而丙戊方亦減辛壬而乙亥方亦減巳庚則其弦冪勾股之冪不等于股弦勾弦之二冪乎蓋



甲酉四隅四弦冪也乙亥四隅四股冪也丙戊四隅四勾冪也所謂弦冪兼勾股冪者既相當抵而甲寅辛坎兩形併亦與寅巽方形相當中心除出乾兑之四十九而乾離離壬及巳庚又與寅卯相當故以寅卯開方求之而弦和較得焉夫丙巽即寅卯邊也在甲丙巽申兩弦之間者也丙距申為勾股和則丙截巽為弦和較明矣已得弦和較即以元設兩較相加而勾股弦皆可得矣加九者巽距艮也艮申為勾而艮丙為股也加二者丙距坤也坤甲為股而巽坤為勾也以巽艮益艮申以丙坤益坤申皆弦也

勾弦和股弦和求勾求股求弦

甲丙乙丙勾弦和七十二甲乙甲丙股弦和八十一求勾求股求弦以兩和相乘得五千八百三十二為乙巳長方形倍之得一萬一千六百六十四為丁戊大方形以為實平方開之得已庚形其邊一百〇八為弦和和求乙丙勾者以股弦



和減之得勾二十七求甲乙股者以勾弦和減之得股三十六欲求弦者以勾股和減之得弦四十五（已庚形與丁戊形等其開方邊為弦和和者蓋丁戊全形內有弦冪二股弦矩形及勾弦矩形各二與已庚方形內諸形比各等其丁戊形內餘一弦冪已庚形內亦餘一勾冪一股冪又相等故已庚形之各邊皆弦和和）

論曰勾股弦三合成形錯綜立義勾股相減其差曰較勾股相併其名曰和股弦之差曰股弦較勾弦之差曰勾弦較併勾股與弦較其差曰弦和較勾股之差與弦相減其差曰弦較較股弦相併曰股弦和勾弦相併曰

勾弦和勾股之差併股弦曰弦較和勾股弦併曰弦和和

勾股各自乘併之為弦實故開之得弦勾弦各自乘減

餘為股實故開之得股股弦各自乘減餘為勾實故開

之得勾勾股和自乘倍弦實相減開其餘即勾股較也

勾股較自乘以減倍弦實開其餘即勾股和也併勾弦

以除股實得勾弦較若以勾弦較除股實即得勾弦和

矣併股弦以除勾實得股弦較若以股弦較除勾實即

得股弦和矣勾股和自乘減弦實除以弦較較得弦較

和矣除以弦較和非即弦較較乎勾股較自乘减弦實
除以弦和和則得弦和較矣除以弦和較非即弦和和
乎勾乘股為實併勾股為法除得容方徑勾乘股倍之
勾股求弦併之除得容圜徑容圜之徑即弦和較也又
錯綜論之勾為主以加股弦 較即弦較較以减股弦較
即弦和較若加弦較和又即股弦和也股為主以加勾
弦較即弦較和以减勾弦較即弦和較若加弦較較又
即勾弦和也勾股較為主以加股弦較即勾弦較若减

股弦和亦即勾弦和也勾股和為主以加股弦較復得勾弦和若減股弦和亦得勾弦較也至若諸較諸和法相因配連綴減半恒得所求若取勾股較以加勾股和半之得股以減勾股和半之得勾若取股弦較以加股弦和半之得弦以減股弦和半之得股取勾弦較者以加勾弦和半之得弦以減勾弦和半之得勾取弦和較者以加弦和和半之得和以減弦和和半之得弦取弦較較者以加弦較和半之得弦以減弦較和半之得較

加減乘除圜變不滯神而明之存乎其人遠近高深方圜弧矢準此而推亦在乎熟之而已

開平方法第十二

凡平方開者依除法列位先審當以幾位除盡列實自末位下點記之每隔位一點每一點即定開下一位乃從左位起用自乘開除凡點在左首位下者以一字取數自乘（如係九數則用三除三三見九除盡之類）若點在左次位下者以二字共取一數自乘各除之（如係一六則用四除四四一十六除盡之類）是為

初商以紀格右亦註首點之下兩相呼除不盡者作餘數再商如係二十者用五則廿五矣是不可也須用四自乘得十六外剩四作餘數以再商除之倍初商為廉法註初點初商之次位若干以除上位視其可得幾轉以定次商若干註次點之下為隅法亦紀于格右先與廉呼除若干再與隅呼除若干有不盡者再倍廉法商除如前若剩數僅及開數一倍以下以法命之開者一面數也加倍又加一數乃得二面是于小平方外添一勾股為大平方若不及加倍增一總是不滿方面即以加倍增一為母餘數為子命曰幾分之幾

列式

列實二千一百一十七萬八千四百○四凡八位從末位點起每隔一位用一點共四點知用四字開盡

四 肆 ○ 肆 捌

此首位無點而點在次位者以二一相連且作二十一數只一字開之

初商用四除註點下亦紀格右四四乘之除一十六尚剩五 四上一變五完首段

柒•
壹
五壹•四
貳

除實一千六百萬尚餘五百一十七萬八千四百零四

既用四自乘除剩五矣第二段所點從五至七凡三位且只作五百八十四而商以從簡便先立廉法須倍前商數前係四則此倍作八註八于次位之下如以八而除五十一者然也乃商五十一有幾箇八該得六紀六

六

四

肆

○

肆

捌

一八六

三壹八

于格右四字之次亦註次點下為隅法如八十六者然乃與次商相呼先呼六八除四十八剩三數八上一變三尚剩三十七又以六六相呼要見六於三十七內恰好否若可除則用六如總數不足則寧減一數以就之如前除法相似所謂商也此呼六六三十六尚剩一六上七變一完次段除實二千一百一十六萬餘實一萬八千

五壹四
貳

○六四肆○肆

四百零四俟再商之

次于所剩之一除起因此第三點管到四字止則自一到四作一百八十四除之其格右四六乃四十六倍作九十二列次下為廉法列式且讓四下

捌　二

一柒六九
三壹八
五壹四
貳

四六〇二

之點不塡以待所商之隅法而列二于八下列九于一下凡廉法商法寫式皆倣此九不可除一作〇于格右四六之次以存虛位餘皆抹之另商第四點所用仍剩一萬八千四百四竟以一數開畢

前所用四六〇是四百六十仍再倍為廉法當作九百二十數讓空四下所點

肆·二
○○
肆·二
捌二九
一柒六九
三壹八
五壹四
貳

一位不填以待隅法而列九于八下列二于四下列○于○下乃先以九除一八看得若干乃二九一十八也當用二為再商右紀二亦註于所點四下為隅法如九百二十二者然乃以相呼首以二乘九除十八次以二乘二減四次○不必除次又以二乘二除四恰盡凡開方每面四千六百零二若欲還原用自

乘法

又有開方不盡者（二

具式于後假如列　貳·

實四億五千六百　壹

七十八萬九千〇　〇·

一十二數凡九位　玖

從小數閒點至大　捌·

數共五點該以五　柒

首點左第一位下只以本一位開之首位係四當用二蓋二之自乘四也系二于四下右紀二為初商相

位開盡

陸
伍
肆二

一 二 貳 壹 ○ 玖

呼二二除四完初段除實四億餘實五千六百七十八萬九千一十二俟再商

次除五六且作五十六以從簡便倍初商二作四為廉法讓點下一位系四于五下所商以四除五得幾轉四除五只一轉右紀一亦註一于點下先呼一四

三
一
(二
貳
壹

捌
柒
五
陸一
一伍四
肆二

如四五除四剩一四上五變一
次呼一一如一六除一剩五也
一上六變五完二段除實四億
四千一百萬餘實一千五百七
十八萬有奇另商
次除一五七八之一段且作一千五百七
十八而商因前商二一是為二十一令倍
作四十二為廉法空有點之八以待隅法

○
玖
九捌三
○一柒二
三五陸一四
一伍四
肆一

而系二于七下系四于五下要商四除一十五凡幾轉計得三轉即用三數為再商紀格右亦系三于有點八字之下先呼三四一十二于十五内除十二則抹五改三進抹一又呼三二是六于七内除六尚剩一則抹七改一又呼三三是九于八内除九依借法抹八改九進位一變○完三段餘實三百九萬九千有奇次除三○九九

○之一段因前用二一一三是為二百一十三今又倍其

七
三
一
（二
貳·
壹
一○·七

數作四二六為㢘法空有點之○
而于九下系六于進位九下系二
于○下系四先以四商上三○看
四除三十凡幾轉該七轉則用七
紀七于格右亦系于有點○下以
相呼先呼四七二十八于三十内
除二十八尚剩二數四上○變二

二七玖六
一五九捌三三
一二〇一柒二四
三五陸一四
一伍四
肆二

進抹三次呼二七一十四于廿九內除十四二上九變五進位二變一次呼六七四十二六上九變七進位五變一次呼七七四十九依借法七上〇變一進位七變二完四段餘實一十一萬二千一百一十二另開次除一一二一一二總作一段前已用二一三七是為二千一百三十七令倍之當作四二七四為廉法空有

點之二而于進位一下系四于又進之一下系七于進

二	二下系二于進一下系四先以四商上
七	一十一看除該二轉則用二紀格右亦
三	系二于末位點下而先呼二四為八以
一	除一十一餘數三乃抹一改三進抹一
二	次呼二二為四依借法二上二
八貳二	變八進位三變二又呼二七一
二三壹四	十四依借法七上一變七進位

六七一〇七七
六八二七玖六二
二三一五九捌三二四
一三〇一柒二四
三五陸一四
一伍四
肆二

八變六再呼二四為八依借法四上一變三進位七變六又呼二二為四依借法二上二變八進位三變二完第五段除實四億五千六百七十六萬二千三百八十四餘二萬六千六百二十八為不盡數

右開方二萬一千三百七十二以自乘得四億五千六

百七十六萬二千三百八十四併入餘數二萬六千六百二十八得原數

開平奇零法第十三

凡開方法有可盡者如十六用四除盡如二十五用五除盡是也亦有必不可盡者假如列實二十者用四除去十六尚餘四此所餘之四將何術以開之其法依除法立子母數倍用數為廉法外加一為隅法併為母而以餘數為子乃以原所用開之數依母數化之而併子

數俱以為子乃以母自乘子亦自乘以取開方而以小數除其大數視其所得之數若干即開盡數若原數内更有未盡者再法開之

開方

四〇四（四　二

用四開之剩四是為九

倍用餘數

九四　四

倍用數得八加一為母共九而以餘數四為子次以用數乘母共三十六併子四共四十

九〇　四

之四十也　母子再各

一二　八六

以八十一而除一千六百

自乘

母九自乘得八
十一子四十自
乘得一千六百
因自乘便見開

一　八
〇〇六一

方

九
一（一
一〇一
六七九〇一八
七八陸八
壹

得一十九零
八十一之
六十一為
開方之數
尚有未盡
另法具後

右法于二十數內開過一十九零八十一之六十一比
前但開除一十六者所得多矣然尚餘八十一之二十

未盡另立一法開焉用盈不足對稽如前用四自乘盈四也又如用五自乘乃得二十五是又不足五也以不足五對前四又九之四而以少除多（以五為實以四又九之四為法除之）乃以前四零九之四者而倍之為八零九之八併入令餘九之五共得九零九之四

實數五

五內除四餘一依前法化一為九內又除四餘五是九之五也

法數 四

九四

餘九五

令餘九一五五八併得十三

九四

原餘 八

九六

除一九是一整

併得 九

數尚剩九之四

其倍之為齊法也併入
今餘又用盈不足相併

次取九零九之四以除前所餘未盡八十一之二十依化法整九與母九相乘得八十一併入子四共八十五是為九之八十五又倒位對相母乘母子乘子又以母子乘

前數

一　八
○　二

後數

九　五
五　八

倒位

一　八　五　八
○　二　九　○

兩母乘得六千八百八十

五兩子乘得一百八十

兩母數以九乘

出之數與原存九之四十對列而以兩母相乘為母次以子母互乘各為子而併之（原存盈數也今乘出數不足也亦相併）

乘出數

八八六
○八一

原剩數

九
四○

乘得

五六九一六
二六一○○四五七

六千八百八十五得六萬一千九百六十五為共母其子數以六千八百八十五乘四十得二十七萬五千四百以九乘一百八十得一千六百二

二十而併其子

五六九一六
〇六一九二
四

〇五

六八貳六

一四〇九

九三柒一

併得

五六九一六
〇二〇七七二

乃以母數除子數各得四零六萬一千

九百六十五之二萬九千一百六十約之即十七分之八也為開方帶零數

二「三柒「六

「貳

若欲知其已于二十數內除過幾許即將四零十七分之八自乘之依法先以四各化為十七加八俱為子數而仍以十七為母母子各自乘以見開方母自乘得二百八十九子自乘得五千七百七十六而以母數除子數即見依除法已開淨一十九零二百八十九之二百八十五較前十九零八十一之六十一遠矣尚餘二百八十九

七一四

八

以十七化四得六十八加八得七十六俱子數

七一

六七

自乘出

九八二

六七七五

九八二

五八三

一九

五陸九

八六八柒九八

二三〇八九柒八二

一二三伍二

之四未盡欲盡之再依前法開除

又法以四開二十因用四開之不盡乃用四零二之一

以求之以所用數四倍之八為母以不盡數為子四又約之而以通法悉化其用數以為子

倍之 四/八

倍用數四為八以作母而以不盡數四作子

約之 二/四 化之 二/九

原二為母其子則二四為八加一成九母子各自乘小數除大數

以母之四除 一/四 ○

自乘四 一八

母二自乘得四子九自乘八十一

子之八十一得二十數不

（二壹

捌四

足四之一

另置四之一為實將前四零二之一倍數得九為法

前數 二四

倍之九

原剩四二

倒位九二

除之依法以九立一為母倒位乘以併母互乘求子

乘得 六三一

併母互乘

二九 六三一

而以兩子對減

二七
四二三　二

減餘

二七
二二三

于三百
二十四
內除二
得三百
二十二

併得

次以母數除子數

二四／七三
四約之 六三／七一
四貳二四
三四貳七
叄

欲知已于二十數內除過若干則以四零三十六之十
七自乘求之其法以四俱化　次以
為三十六并入一千七為子　母數

一二九六
一

得二十不
盡一千二

數四化三十六得一百四十四并八十七共一百六十

除子〇百九十六

一母子各自乘

數（二）之一

化之

三　六
一六一

自乘

六　九　二　一

一　二　九　五　二

母數三十六自乘得一千二百九十六子數一百六十一自乘得二萬五千九百二十一

壹六
貳六九
一玖九二
一伍二一
貳一

如欲將所餘一千二百九十六之一再淨除之仍將前

數加一倍如四零三十六之一十七倍作八零三十六之三十四依法化之（八化三十六得二百八十八併入三十四得三百二十二）為三十六之三百二十二若用約法則為八零十八之十七亦依法化之（八化十八得一百四十四併入十七共得一百六十一）為一十八之一百六十一此倍出廉數也以之倒位而對前所餘數

母子俱自乘

仍對前所化　約數

廉數求之

八七
二一
八

化出廉數

八
一
二六一
一

前餘

六九二一一六一
一　八一

母子各乘

六五六八〇二
八一

母乘母得
二十萬八
千六百五
十六子乘
子仍十八

約之

二九五一一
一

倒位

次以所約之母子與原商母子相對而依法以乘母者

併母次以兩子各乘總母得數對減餘為實乃取所併之母倍之為法以除其實

原數

八　一

一　六　一

約數

二　九　五

一

併母互乘

併得

六　五　六　八

二　一　三　六　六　八　一

減餘

六　五　六　八　○　二

四　九　二　六　六　八

一一
一二

〇
二
八
一

一

倍母除得

二一三七一
八二〇七九

以三十六約之

二九五一一
三七四五

四一
四

四

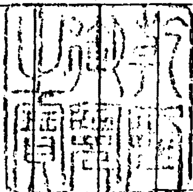
然後以母化四併入子數而以母子各自乘得數以小

除大

二一
九四

一
四八
六二
四九
四八

四
六
四
四
七一



化併

一 一 五
五 一 八

自乘

一 三 四 三 七
二 六 八 七 四

以母除子

一 三 四 三
二 ○

此為開方不足之數比前則所剩微矣欲開盡依法再推

同文算指通編卷六

欽定四庫全書

子部

同文算指通編卷七八

詳校官欽天監博士臣何元浩

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣李昇

繪圖天文生臣林皋

同文算指通編卷七

明 李之藻 撰

積較和相求開平方諸法第十四

凡平方長濶不等以長濶相乘為實積以長濶相減為較以長濶相併為和

凡以積和求較者以和自乘以積四因相減開其餘得較

假如直田積八百六十四步長濶和六十步求長多濶幾步者用和自乘得三千六百又四因直積得三千四百五十六以少減多餘一百四十四平方開之得差一十二步

右開法見前不重列所以和自乘又四因直積者葢和自乘有四段直田積一段差方積故以四積減和乃剩下差方一段以取方面見步有圖在後

比類如有金八百六十四兩數人分之只云人數與

各得銀數共六十其差幾何銀數爲濶人數爲長得三十六人每人二十四兩

凡以積較求和者四因實積又以差自乘併入開平方除之得和

假如直田積八百六十四步濶不及長一十二步求長濶和共幾步者以積步四因得三千四百五十六以較自乘一百四十四相併三千六百開方得長濶和六十步

右四因積有四長四濶縱長三十六步濶二十四步

橫列之于外又較自之一段居中故開方得和其用和自乘者得此圖全數外兼四積内兼較自乘故除積得較



比類金八百六十四兩只云錠數不及兩數十二求錠與兩共若干兩數爲長錠數爲濶得錠與兩共六十

若夫積與較求濶者其長之積多於濶若非加法以帶除其長當於實積內抽減其長之積故其法有二其一以較為縱方併縱入方謂之帶縱開平方其一以較為減積以方乘減謂之減積開平方

積與較求長者其濶之積少於長若非益積以補濶則當損其法之長也求法有二其一以較為負縱乘上商以添積謂之負縱益積開平方其一以較為減縱而以負縱減方法謂之帶減縱開平方

積與和求濶者以和為縱方一為負隅和併一長一濶積得一長而少一濶故用一為負隅或益負隅於積或減負隅於縱皆可以求其濶也其益隅於積者乘負隅為方法又乘方法以益積是為帶縱益隅開平方其減隅於縱者乘負隅以減縱命餘縱以除實是為帶縱負隅減縱開平方

積與和求長者原積有長濶相乘而無長自乘宜損濶以益長故以和為縱方而置一算為負隅稍贏其商以

減其縱用減餘者以除積而積常不足則翻以積減縱而餘為負積或再商命隅以減縱而縱反不足亦翻以縱減商而餘積縱三者俱負乃以負縱約餘負積商命負隅開之是為帶縱負隅減縱翻法開平方

右縱方六術所以通平方之變而翻法一術又所以通縱方之窮也此外有積與二濶較及長濶較求濶者則有所謂帶縱減積開平方有以大小二方和積求徑者則有所謂減積帶縱負隅併縱開平方有以方圓二徑

虛設相同及積求其實徑者則有所謂隅算開平方至於因其積實而虛張長濶和較之數互求長濶者則又有所謂帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱開平方減積帶縱隅益積開平方帶縱負隅減縱益實開平方帶縱廉開平方帶縱廉負隅開平方帶縱方廉開平方帶縱廉負隅乘縱減實開平方皆以帶縱諸法錯綜為用以御開方諸積之變神明變化存乎當機初不可一途而取今每則畧著數例以便初學

帶縱開平方法　積較求闊

有勾股積若干平方開之第云勾不及股若干用加法帶除其股積餘為開方名帶縱開平方法列實點定開位亦列所不及為縱數于下以首位隨首點下須于縱上空一橫行以容商除初商若干紀格右亦以商數併縱數列首點下有小數者照常退位排之次第呼乘以除實數但所商數須與帶縱相照若縱數多則減商數就之不盡之數再倍作廉法然倍方不倍縱亦併入帶縱商之

假如有直田積八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾步列實定位以帶縱一二隨首位列之初商二紀格

四

（二

肆四貳六

二陸四貳一五

二捌二壹三

列實　帶縱

右亦列首點下以併帶縱一共三乃變壹貳註三　相呼二三除六　三上捌變二二二除四　貳上陸變二完首段餘實二百二十四步次倍二作四為廉法挨退位下亦列帶縱以廉四併縱一其下列五次商四紀格

右亦註末位點下爲隅法以併隅二下註六乃相呼除

先呼五四除二十進抹二又呼四六二十四恰盡得

濶二十四步

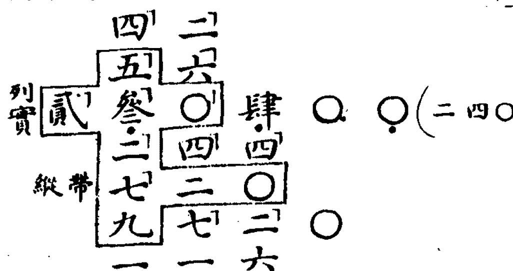
比類給銀八百六十四兩只云所得銀之兩比得分

人數多一十二兩求總是幾人每人各得銀幾兩銀

多爲長人少爲濶得銀兩數二十四人數三十六

假如二十三萬〇四百爲實帶縱七百二十初商可用

四數因有帶縱七乃减商作二紀格右亦紀首點下爲



隅以併帶縱七共九乃變二七作九是為九二與右二疊呼除之　二九一十八　九上叁變五進削貳本位下削九　次以右二乘二除四用借法　二上〇變六　進位五變四本位下削二次倍二作四為廉法列次點之進位〇下另列帶縱數于廉下以待商除次商四

紀格右亦註次點四下為隅法而以帶縱及廉法併入
除之四七併一十一廉下變一　進位亦加一　四二
併得六隅下變六乃以右四呼首一　一四除四　一
上削四又以右四呼次一　一四除四　一上六變二
又以右四乘次六四六二十四　六上除肆　進位除
二恰盡因尚餘一點于右加一〇
右平方二百四十帶縱共九百六十
若實數首位寡而帶縱數多不能併累開方者雖點段

在首位亦退一位列商及列帶縱而減一商

假如列實一萬六千一百廿八帶縱七十二點段該將

九六（
捌·六二八
四貳二八七五
五七壹九七六二二
一七陸一
壹·

左首位商起因帶縱是七即減

一商置次點下　初商九紀格

右亦註次點之下併帶縱七共

一十六乃改七九作六進位置

一為方法與商九相呼　一九

除九　一上陸變七進抹一

六九五十四　六上壹變七進位七變一　二九一十八　二上貳變四進位七變五次倍九得一十八為廉法另退一位置帶縱再商六紀右亦註末點下為隅法而併廉法帶縱呼除如前得潤九十六帶縱七十二共長一百六十八

其實首數多帶縱數少可以開除者仍照所點段位開起

假如列實三萬八千四百帶縱二百首位三自為一段

初商一紀右亦紀一于首位下併帶縱二得三乃以貳變三與右一相呼一三如三徑除叁次倍一作二為廉法以註初商之次位以併帶縱得四註縱下如前再商二以紀右亦以註第二點下俱與右二相呼先呼二四如八徑除捌又呼二二如四徑除肆外尚剩一點該于格右加〇

〇(一二〇
〇
肆二
捌二貳四
叁一貳三
列實　帶縱

右開方一百二十縱三百二十

若點段開位少而帶縱之位反多如開位三點只該百而帶縱乃至千之類

以初商置首點下而以帶縱大數進位列之必首段係

二位者方有此例

假如列實一十九萬八千帶縱一千五百三十只點作

三段其開數止有三位初商只是百數而所帶乃踰至

千此其併縱亦須以百隨百以千進一位　初商一紀

右亦註首點之下併帶縱五得六另改註其下先以右

一與縱一呼之一一除壹次以右一呼併六　一六如

○　二　一　(　○　○　○
○　二　○　三　五
一　五　捌　二　三　五　七
一　三　玖　一　五　六　一
壹　一

六六上玖變三　次以右一呼縱
三三上捌變五完首段　乃倍初
商之一作二為廉法註初商之次
其帶縱亦于次位列之列五百于廉下二五
併得七另註七于下一千進位再商二紀右亦註
次點下以併三得五另註五乃以
遞呼　先呼一二如二　一上三
變一　再呼二七一十四　七上

五變一　進除一　又呼二五得一十恰盡外尚餘一

點右加〇

右開方一百二十縱一千六百五十

帶縱併商數有共一十者進位照式呼除第一圖亦有此

假如列實七萬二千帶縱四百八十點在首位初商

一紀右亦註點下併縱四得五註于下以呼一五除

五四上柒變二　再呼一八除八　八上貳變四

進位二變一乃倍初商之一作二為廉法註次位其

下另列帶縱以二併四得六註于下次商二紀右亦註次點之下以相呼除　二六除一十二　六上四變二進削一商二併縱八得一十進位註一本位註〇以相呼除一二除二恰盡外餘一點加〇于右

二〇一二〇〇〇〇
二四貳二八四六一
一二柒一四五
〇二八〇

列實　帶縱

右開方一百二十縱六百

若實數縱數商除數俱多雜糅易淆者務須先將帶併之數逐一歸併停當各註其本位之下乃以呼除大抵只據最下一字為準則不淆亂

假如列實一十六萬六千四百六十四帶縱一千〇八十八先點定該開三位訖其帶縱低二行列之以便填商置初商于第二位點下以帶縱之千進一位列之初商是百故帶縱之千進位與前法同 初商一併入為一千一百八十八以初商一紀右相呼首位呼一一如一以削壹 次

三
(一
肆

二
陸
八

一
三
六
肆
三
八
八
一

八
七
八
陸
二
八
〇
一
三

一
四
五
陸
一
〇
一

壹
初商
一

列實
帶縱

位呼一一如一　一上陸變五

三位呼一八如八　八上陸

變八　進位五變四　四位呼

一八如八　八上肆變六進位

八變七畢一段以上甚簡倍初商之

一作二為廉法註次位下另列

帶縱數併得一千二百八十八次商三紀

右亦註次點下併入以商三併

縱八得一十一註一于八下又註一于進位廉二之下以商縱一併廉二得三另註三于廉二之下併畢其併註數多認定最下字為主以與右相呼首位呼一三如三一上四變一次位呼三三如九三上七變八進削一第三位呼一三如三　一上六變三第四位呼三八二十四　八上陸變二進位三變一畢二段以上除過一十五萬八千三百四十餘實八千一百二十四未盡又倍前商之一三作二六為廉法空末位之點以待隅

二 三
一 八 一
四 七 三
五 八 六 二
列實 壹 陸 陸 肆 陸 肆 (一三六
一 二 三 六
二 六
帶縱 一 ○ 八 八
一 ○ 八 八
一 一
三
一 ○ 八 八
一 四 四
三 五

法而以六註二下右第二位以二註一下右第三位另列帶縱數以相併乃以廉六併縱八共一十四系四于八下一進位又以一併廉

二共得三系于其下乃商六紀右亦註末位下又以併
縱八共一十四註四于末位下一進位四下改作五併
訖以最下字與右相呼一六除六　一上八變二　三
六一十八　三上一變三進除二　五六三十進除三
四六二十四除恰盡
右開方一百三十六縱一千二百二十四

減積開平方法 積較求濶

勾股積若干勾不及股亦有減積法減積者於實內減

股之積以就其方也列實定位另列不足數為減積以商乘減積以所乘出之數列原積下對減視餘實若干以所商依法除之有未盡者倍方為廉約得再商別置為隅亦乘減積以減餘實乃併廉隅除之

假如直田八百六十四步濶不及長一十二步求濶幾何列實點位如前另列不及一十二為減積以初商乘之初商可用三因有乘數故約用二紀右亦註首位下以乘減積得二十四隨位列之相對減原積二上捌變

減積
貳壹
初乘 四二
再乘 八四

四二
六肆四 八
一七八二陸四四四
一二六捌二二
次乘
列實 初乘

六 四上陸變二餘實六百二十四乃以方法呼除 二二除四二上六變二餘實二百二十四次倍二作四為廉法註退位再商得四紀右亦紀末位為隅法以乘減積得四十八亦相對減餘實四上二變八進位二變一八上肆變六進位八變七乃以方廉呼除 四四

除十六　四上七變一進削一又以方隅呼除四四除一十六恰盡得濶二十四步

假如直積一千七百五十濶不及長一十五問濶幾何

列實定位另列不及為減積初商三紀右亦註首點之

減積伍壹初乘五四再乘五七

五　三

五〇五　五

下為方法以乘減積得五四隨方法之位列之以減原積四上柒變三　五上伍變〇　乃以方法除之　三三除九　四上三

二〇伍六五七
三四三柒三四再乘
壹初乘
列實

變四進削壹餘實四百次倍三作六為廉法註退位再商五紀右亦註末位為隅法以乘減積得七十五對註以減餘實五上

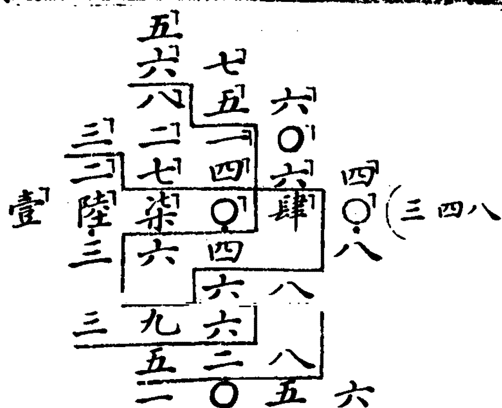
〇變五　七上〇變二　進位四變三尚餘三百二十五皆與次商相呼五六進除三　五五二十五恰盡得廣三十五

假如直積一十六萬七千四十濶不及長一百三十二求

潤幾何列實定位另置不及為減積初商三紀格右亦註首點下以乘減積得三百九十六隨首點列位對減 六上〇變四因有借故進位仍七 三上陸變二餘實一十二萬七千四百四十乃以方法開之三三除九 三上二變三進制壹餘實三七四四〇次倍三作六為廉法註退位商實得四紀右亦註次段點下為隅法亦乘減積得五

減積 二三一 初乘 六九三 再乘 八二五 三乘 六五〇一

百二十八退前積一位列之對減八上肆變六



二上四變一五上七
變二仍餘三二一六却
以廉隅呼除四六二十
四六上二變八進削三
四四一十六　四上
一變五進位八變六尚
餘六五六〇乃倍三四
作六八為廉法挨尾點

減積
一三二
初乘
三九六
再乘
五二八
三乘
一〇五六

六五　　　七
八二七　五一四　六〇六
柒　〇　肆　四〇八　三四八
六　四
六　八
九　六
五　二　八
一　〇　五　六

一位列之再商得八紀右亦註尾下為隅法又乘減積得一千五十六挨尾位列之對減六上〇變四　五上六變〇一上六變五仍餘五五〇四乃以廉隅呼除六八四十八　六上五

三「二「陸三　三

壹「

變七進削五　八八六十四　八上〇變六進

削七又八八六十四恰盡得濶三百四十八

負縱益積開平方法積較求長

有勾股積若干勾不及股為較以積及較求股而勾少於股則益積以補勾名負縱益積開平方列實定位另置所不及數為負縱以商乘負縱虛增其積而後以方法開除不盡者倍方為廉又以再商乘負縱增積而另

置一算為負隅以再商乘負隅為隅法置於廉次以商呼廉隅除盡

假如直積八百六十四凋不及長一十二求長幾何列實定位另列不及十二為負縱而初商則約所增負縱之乘命之如首位捌開法宜用二因有負縱之乘乃商三紀右亦註首位下為方法而以乘負縱得三十六註三於首位註六於次位以併原積六上陸變二　三上捌變二　進位置一益積得數一千二百二十四乃以

負貳初六再二
縱壹乘三乘七

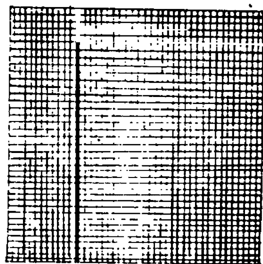
方法呼除三三除九　三上二變三餘積三二四又倍三作六為廉法另商六紀右以乘負縱得七十二退位列之添積二上肆變六七上二變九共積三九六而另置一算為負隅以次商六乘之仍得六為隅法乃併廉隅呼除六六三

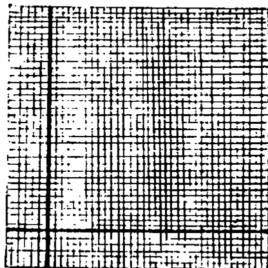
六三(
六肆六　二
三九二陸六六七
三二捌三三
一

十六　六上九變三進削三又呼六六三十六恰盡得

長三十六

負縱益積圖





假如直積二十三萬四百長濶較七百二十求長幾何列

實亦列較為負縱初商九紀右亦註首點下為方法以乘負縱得六四八以益積　八上○變八　四上叁變七六上貳變八共八七八肆○○以方法除之九九八十一九上七變六進削八餘實六八肆○○乃倍九作一八為

○
負○初○再○
縱貳乘八乘二
柒四三
六四
○六九

廉法註八於次隅之進位又註一於進位次商六亦乘負縱得四三二以益餘積二上肆變六　三上八變一　四

〇
〇
六肆　六二
三一八〇八八三
五一六七叄九一四四
一一一八貳　六

上六變一　進位置一共得一一一六〇〇又以次商六乘負隅一仍得六註本段點下為隅法乃以廉隅呼除一六除六　一上一變五進削一　六八四十八　八上一變三進削五　六六三十六恰盡得長九百六十

帶減縱開平方　積較求長

凡以較及積求股者股長於勾亦有損股之長以就其方者名減縱開平方列實定位列較為減縱以減初商而以所減之餘即乘初商以開之其次商又即以初商併入為廉法而商之置隅如常

假如直積八百六十四濶不及長一十二求長若干列實另置不及一十二為負縱初商三十（因有二點故知三十）置右另以負縱減之餘一十八挨註首位點下為方法以呼所商三八二十四　八上陸變二　進位捌變六　一三除三

負縱貳壹初商三〇

一上六變三　餘積三百二十肆乃于右三加〇以併方法一十八共四十八為廉法註退位再商六紀右亦註隅而併入廉法共五十四而六八併改四

六三(三
肆六八四

三二
六陸八四五
捌一

進位四改五以呼次商五六三十五上進位削三　四六二十四恰盡得

長三十六　其次商若不以隅相併亦同前法

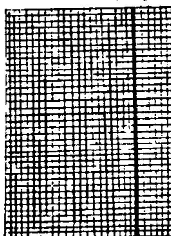
六

次商六併前一八為四十八退位註之以

(三
六肆六八
三八二陸八四
三六捌一

呼四六二十四　四上二變八　進位
削三　六八四十八　八上肆變六
進位八變三　又置隅法於尾位六六
三十六恰盡

帶減縱法圖



只就本段積
比類以金換絹八百六十四匹
不知金一兩換絹幾匹但云原
金總兩多於絹數十二今求原

金幾何如長絹匹如濶得金三十六兩其所換匹數即直積也

假如直積三千四百五十六濶不及長二十四求長幾何

列實定位另置較二十四為負縱初商七十因有二點紀故知七十

右以負縱減之餘四十六挨註首位為方法四多于三照例退位與商相呼　四七二十八　四上肆變六進削叁　六七四十二　六上伍變三進位六變二　餘實二百三十陸乃於右七加○以併四

負縱貳肆初商七〇

（七二
陸二六八
一三伍六一
二六肆四一
參

十六共一百一十六為廉法列於下續
商得二改右〇為二亦註尾位為隅法
併入廉法呼除一二為二　一上削二
又一二為二　一上三變一　二八
一十六恰盡得長七十二

又有兩方共積若干第云以小方之一面乘大方之一
面共若干問大小方面各幾何者倍乘積以減共積以
所餘積為實開方得較再置二方乘數為實以較為減

縱開平方除之得大方面以較減之得小方面

假如大小方田二段共積六千五百二十九步以小方大方各一邊相乘得三千一百二十步求大小方面幾何者倍二方乘積得六千二百四十步以減共積餘二百八十九為實以開平方法除之得較一十七步再置二方乘數三千一百二十步為實以較為負縱初商六十紀右以負縱減之餘四十三註下為方法以呼所商四六二十四

四上壹變七進削叄三六一十八　三上貳變四

負縱柒壹初商六〇

五六（〇五三八

四貳三〇

五七壹四一

叄

進位七變五餘實五百四十乃於六右加〇以併方法共得一百零三為廉法列下續商五紀右亦註尾位為隅法併入廉法共一百零八以相呼　一五除五五八四十恰盡得大方面六十五步以較一十七減之得小方面四十八步

帶縱益隅開平方法積和求濶

凡積和求濶者用其和為帶縱則已兼長濶而積有長無濶故虛置一積為負隅而以負隅益積即以帶縱開之得濶數名帶縱益隅開平方列實定位另置帶縱數以初商紀右用自乘以益原積是為負隅而以所商呼縱方除之不盡者倍商為廉註退位又再商紀右亦註廉次為隅法廉隅併數以乘所商益積乃用商呼縱方若不盡須再商者則以後廉併前廉餘如前法除盡得濶數

假如直積八百六十四長濶和六十求濶幾何置積為實

帶縱 陸〇 初商乘

二 一

四

二

〇肆四 初商乘

四二陸四 再商乘

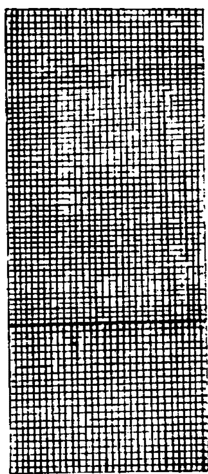
以和為帶縱初商二紀右亦註首位下自乘得四以益積共一千二百六十四乃以初商乘帶縱二六一十二 二上削二進削一餘實六十四倍方為廉得四註次位次商四紀右亦註尾位為隅法以乘廉法得一十六併入餘實四上陸

二二
一一
捌二二

四六
一

變二進加二亦以乘隅法尾位肆
變〇進位二變四共二百四十而
以次商呼帶縱恰盡得濶二十四

帶縱益隅圖



二積共一千
四百四十步
以帶縱六十
除之得濶二
十四步

假如直積二萬一千六百四十八長濶和二百九十六求濶幾何列實定位置和為帶縱初商一列右為方法亦註首位下自乘仍得一以益積首位貳變三乃以方法與帶縱相呼除實首位三變一　次位壹變二進削一退位陸變〇餘實二千〇四十八倍方為廉得二註退位次商三紀右為方法亦註廉次為隅法共三二以乘方法得六十九益入本段餘積三上〇變九　二上二變八共得八九四八乃以方法呼帶縱除之二三除六

二三一

帶縱 陸玖貳

二捌二

九六肆六

五二九〇陸三

三八二壹二

一三貳一

初商乘 一

又商乘 九 六

又商乘 四 二 五

二上八變二 三

九二十七 三上九

變二進削二 三六

一十八退位四變六

進削二餘實六十八

又倍方法之三為六

作廉法註退位併入

前廉二共二百六十所以併入前廉者蓋一方外必具兩廉故為方法再商

二紀右亦註尾位為隅法併入方法共二六二以乘所商二得五百二十四以併餘積尾位八變二進位六變九進位加五乃以所商二與帶縱呼除恰盡得闊一百三十二步

假如直積三千四百五十六步長闊和一百二十步求闊幾何列實以和為帶縱初商四紀右為方法亦註首點下自乘得一十六益積四上肆變○進位叁變五乃以方法呼帶縱一四除四首位五變一二四除八退位

八四
〇陸八
帶縱〇貳壹
六伍八
九二〇肆四
初六再四
商一商〇
乘　乘七
一五叁

〇變二進削一尚剩二百五十六次倍方四得八為廉註次位續商得八為方法紀右亦註尾位為隅併入廉法得八八而與方法八相乘共七百四以益餘實尾位陸變〇進位伍變六　進位二變九

乃以所商八呼帶縱恰盡得濶四十八步

帶縱負隅減縱開平方 積和求濶

積濶求和若難以益隅開之者即用減隅法而減負隅於縱名帶縱負隅減縱開平方列實定位列和為帶縱置一為負隅初商紀右乘負隅以減帶縱列減餘於實下而乘所商以開之不盡者倍方為廉以廉減縱次再商紀右亦減餘縱而以其減餘乘商除盡得濶數

假如直積八百六十四長濶和六十求濶列實定位另列和為縱方初商二紀右亦紀首點下以乘負隅一仍得二為方法以減縱數陸剩四隨首位註之以呼初商

四　原縱陸〇
二　肆四　〇六
二陸四〇二一
捌二四
列實　減縱

二四為八二上削捌餘實二十四倍方法之二作四為廉法註初商之次位亦乘負隅得四以減縱剩二十註退位次商四紀右亦註末位為隅以減餘縱之二十餘一十六附註乃與右四相呼先呼一四除四　一上陸變二再呼四六二十四恰盡得潤二十四亦有初商除實訖即以初商再減剩縱以所餘為縱方而即以再商再減為下法者前法

倍初商為廉以減原縱此即以初商減剩縱不立廉數然已將原縱再減以應兩廉之數與倍商同

原縱 〇
陸

四二
肆 四 〇 六
二 陸 〇 二 一
捌 二 四

減 列
縱 實

初商除實八百訖即將初商之二十再減餘縱十四剩二十退位列之次商四以減餘縱十二尚剩一十六呼除如前

右得廣二十四以除實積得縱三十六若欲還原以廣縱相乘

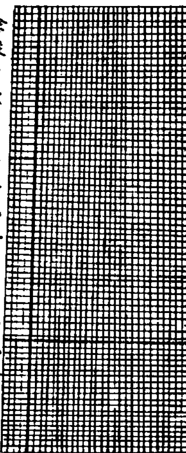
長濶和變作通

長六十

濶二十四共負

四百八十

負隅減縱圖



假如列實三萬三千六百長濶和四百列實亦列和

○

二

一

原縱

肆○○

為減縱初商一乘負隅仍得一以減

縱四餘三百隨首位列註以呼所商

一三除叄訖　次倍初商一作二為

〇

〇　〇

陸二〇〇八

一叅二〇二一

叅一三

列實　減縱

廉法以減縱四仍餘二註退位再商二亦以減縱變二〇為一八而以次商呼之　一二除二一上叅變一又呼二八一十六恰盡　格右加〇以結末位得濶一百二十

右法同前但減縱有借法進位故録為式

假如列實六萬九千三百六十長濶和七百八十二列

二〇一(一〇二
原縱 貳捌柒

陸〇 二八五
一叁二二 八五
一玖二八 五
一陸一六

如前初商一以乘負隅仍得一減縱七餘六相呼 一六除陸 一八除八玖變一 一二除二叁變一訖次倍一作二為廉法以減縱仍剩五附列而縱數多于原數無可商除則紀〇于右併初次商得一十另倍一十作二十為廉法挨註退位以二減縱七是為五八二挨尾段列之續商二以相呼 二五除一

十　進削一　二八一十六除盡得濶一百二初商除訖即以

先減縱數亦然

假如列實九萬六千長濶和六百四十

〇
四
(二
〇̣
〇

原縱
〇
肆陸
〇

初商二以乘負隅一仍得二紀右亦

註首位以減六　餘四以相呼　二

四除八　四上玖變一又呼二四除

八　四上陸變八　進削一訖

乃倍二作四為廉法以減縱六剩二

○四○四○
八陸四四二
一玖二四

亦隨退位註之　次商四紀右亦註退位為隅以減縱二只剩乃以四變○以商相呼　二四除八恰盡　因有餘位　右加○得濶二百四十

右法已見因縱有重位故録備例

若以積與虛長濶共若干而欲求其濶者及欲求其長者皆以共若干為帶縱方而求濶則以濶為負隅以長乘積為實求長則以長為負隅以濶乘積為實列例如

左

假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求濶幾何 以三乘積步得二千五百九十二為實 三長原有三積故以三乘 五為負隅 已用三長尚少五濶故用為負隅暗添五段濶方之積 以共步為帶縱列實定位

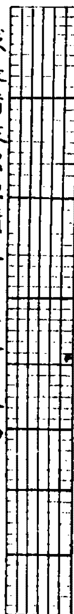
四 二 捌 初 〇
帶縱 貳貳 乘隅 一

貳 伍 玖 貳
一 二 八
三
負隅 伍

初商二紀右以乘負隅五得一〇以一減縱首 貳變一 餘縱一百二十八挨註首位與商相呼一二除二二

二除四退位伍變一　二八一十六退位玖變三進削一餘實三十二再以所商二乘負隅得一〇以一減餘縱剩二十八即前倍方為廉之法續商四以乘負隅得二〇再減餘縱二十剩八以呼所商四八三十二恰盡得濶二十四步

三長五濶演段圖



共縱方二百二十八步

假如直積八百六十四步三長五濶共二百二十八步求長幾何以五乘積步得四千三百二十為實（五濶原有五積故五乘之）以三為負隅（於原縱減去二長故）以共步為帶縱初商三以乘負隅三得九減縱註其退位九上貳變三　進位貳變一除縱一三八挨註首位以呼初商一三除三　一上肆變一　三三除九退位叁變四

○捌八
三貳九
一貳
三四
帶縱

六三

負隅
叁

八貳八
一四叁三
一肆一

進削一　三八二十四　八上貳變八　進位四變一餘積一百八十復以初商三乘負隅三得九以減縱九上三變四進削一剩四十八次商六又乘負隅三得十八亦以減縱剩三十與商相呼恰盡得長三十六步

又有以積與虛長濶和較共若干求濶者及求長者約和得長濶幾何併濶與較得長幾何而視其所求為長為濶如前法以別實積及負隅而皆以共數為帶縱

假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一

八貳四
六七九壹二
二叄
帶縱
四二
貳八
七壹二六
〇一玖九二
一二陸二

十二步求濶幾何約三和自具三長三濶以併一長二濶共四長五濶又以四較益濶為四長共得八長而餘一濶應八乘積步得數六千九百一十二為實以餘一為負隅以共步為帶縱初商二以乘負隅一仍得二因點為二段此為二十以置縱次位減之二上壹變九進位叄

變二餘縱二百九十二列原積之下以呼所商二二除四

二上陸變二　二九一十八次位玖變一　進位二變

一　二二除四　二上壹變七　進位一變○　餘實一

○七貳復以初商二又乘負隅以減縱二上九變七　剩

縱二七貳續商四又乘隅減縱四上貳變八　進位七變

六是為二六八以乘所商四除盡得濶二十四步

又有以虛長虛濶約其子母共若干與積若干求長濶

若干者法以長母乘濶子為濶率以濶母乘長子為長

率又兩母相乘以乘共數為帶縱而約帶縱為幾長幾潤以一乘原積為實以一為負隅如前法為減縱開平方除之

假如直積二千三百五十二步只云長取八之五潤取三之二併得六十三步求潤者兩母三八互乘得二十四以乘相併六十三共一千五百一十二為帶縱而以長母八乘潤子二得一十六為潤率以潤母三乘長子五得一十五為長率則知此帶縱數內具有長十五潤十六也以長十五

乘直積得三萬五千二百八十為實以濶一十六為負隅

初商四紀右有二點即作四十以乘負隅得六百四十以減縱

四上壹變七六上伍變八　進削壹　餘縱八百七十

二以註實下與商呼除四八三十二　八上伍變三進

帶縱○三七壹四三

貳二

減法　二八伍六

壹

削三四七二十八七上貳變四

進削三二四除八　尾位變○

餘實四百再以初商所乘隅算

六百四十減餘縱四上七變三　六

二四
〇
〇捌二
四貳七
三伍八
叁

負隅陸
壹

上八變二餘縱二百三十二續商二紀右以乘負隅得三十二亦以減縱尾位除貳進位三變〇剩縱二百與續商二相呼恰盡得潤四十二以除直積得長五十六

帶縱負隅減縱翻法開平方法 積和求長

凡積與勾股和求股者原積但有長乘潤數而負長自

乘之數法須損濶益長求之先立一為負隅以和為縱方而以負隅減縱方初商令稍浮常法以乘負隅減縱次呼餘縱開積而原積不及翻以原積減商除之積而以餘負積為實復以初商乘隅以減餘縱如餘縱不及即以餘縱翻減以為負縱而隅積縱三者俱負乃以負縱約餘負積以得次商命負隅以除負積為帶縱負隅減縱翻法開平方

假如直積八百六十四長濶和六十求長幾何列實以和

為縱方一為負隅初商三有二段即係三十正得長濶之平損濶益長紀右以乘負隅一仍得三以減縱剩三十與商相呼三三得九即九百而原積不及乃翻列九百於原積之上而以原積減之

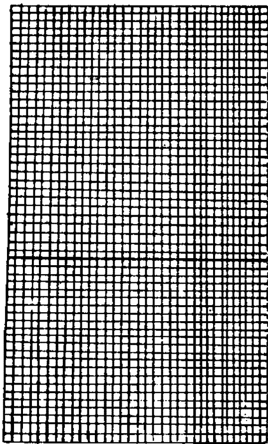
縱〇陸三三

六三

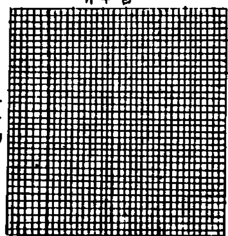
六〇肆六
三〇陸〇
九捌三

尾位〇變六進位〇變三首位削九得餘負積三十六為實再以初商三命負隅一以減餘縱三十減盡乃約餘實得次商六紀右以乘負隅一仍得六註尾位呼除負實六六三十六恰盡得長三十六

翻法圖



上圖減縱



下圖損濶益長

假如直積三千四百五十六長濶和一百二十求長幾何列實定位列和為縱方立一為負隅初商七有二段即七十乘負隅一仍得七紀右以減縱方餘縱五即五十以呼初商

縱　○○○
貳五二
壹

二七)

四○陸二
四○伍二
五肆五
三叁三

合除三千五百而原積不足乃翻以原積除之列三五於原積之上反以原積除之尾位○變四進位○變四　進位削五又進位削三　剩負積四十四為實仍以初商七十乘負隅減餘縱十五而餘縱不足乃以餘縱十五反減初商十七餘二十為廉法挨註次位而縱又為負次商二紀右亦註二於尾位為隅法共二十二皆與所商之二呼除恰盡得

長七十二

亦有虛立長濶和較求長者假如直積八百六十四步一長二濶三和四較共三百一十二步求長若干依前法演

六三

六〇肆六

三九六陸二一

二一捌七二

一二

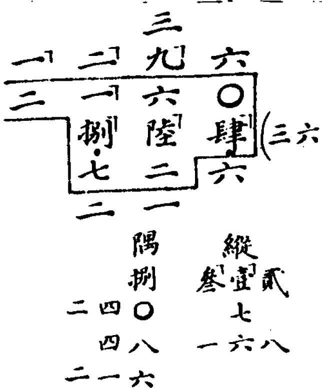
縱貳壹參七八六一

隅捌〇八六

四四二二一二

得八長一濶以一濶為實八長為負隅共步為縱方列實初商三紀右十即三以乘隅八得二百四十以減縱一變七進削三餘縱七

十二以呼所商三除積合除二千一百六十而積反不足乃翻以積除之列二一六〇於上　肆上〇變六　進位六變九　進位一變二　進位二變一　尚餘負積一二



九六復以初商三乘負隅八合減縱二百四十而餘縱二七十不足翻以餘縱減之剩負縱一百六十八足餘縱積算俱負

次約負積商六紀右以乘負隅八又併負縱共二百一十六挨註尾位以呼所商二六一十二　二上削二進削一　一六除六　一上九變三　六六三十六恰盡得長三十六

假如直積三千四百五十六步一長二濶三和四較共六百二十四步求長幾何仍前八長一濶以一為實八為負隅共步為縱方初商七紀右以乘負隅八得五百六十以減縱方剩六十四註首位合除四千四百八〇

四〇陸二
二八伍四一
〇四肆六五
一四叁

（二七

縱
肆　六
貳六九
陸　四

隅
捌〇六二
六一一
五　五

列原積上以視原積不足翻以原積減之尾位〇變四　四上八變二　六上四變〇　進位四變一　餘負一千二十四為實再以初商十七乘負隅八得五百六十者減餘縱而縱又不足則翻以縱減之餘縱四百九十六而隅法縱法積法俱負續商二紀右以乘隅八得一十六併

入負縱共五百一十二挨尾註之與所商二相呼恰盡得長七十二步

同文算指通編卷七